

9 Spreiding, tellen en kans

Voorkennis Centrummaten

Bladzijde 128

- 1 a** totale frequentie = $8 + 13 + 9 + 4 + 5 + 2 + 1 = 42$
Dus er zijn 42 controles in de tabel verwerkt.
- b** $8 \cdot 5 + 13 \cdot 6 + 9 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 9 + 2 \cdot 10 + 1 \cdot 11 = 289$
Dus er zijn 289 boetes uitgedeeld.
- c** gemiddelde = $\frac{289}{42} \approx 6,9$
Dus per controlebeurt kregen er gemiddeld 6,9 automobilisten een boete.
- d** relatieve frequentie = $\frac{5}{42} \times 100\% \approx 11,9\%$
- e** $\frac{2+1}{42} \times 100\% \approx 7,1\%$
Dus bij 7,1% van de controles werden meer dan 9 boetes uitgedeeld.

Bladzijde 129

- 2 a** totale frequentie = $1 + 2 + 6 + 7 + 4 + 3 + 4 + 1 = 28$
Dus 28 leerlingen hebben het proefwerk gemaakt.
- b** gemiddelde = $\frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 9 + 1 \cdot 10}{28} \approx 6,5$
- c** 20% van 28 is $0,20 \times 28 = 5,6$.
Dus van de waarnemingsgetallen 5 en 6 is de relatieve frequentie groter dan 20%.
- 3 a** Ze kan die donderdag de bus hebben gemist of de bus had pech.
- b** gemiddelde = $\frac{6 + 5 + 5 + 49 + 5}{5} = 14$ minuten
Het gemiddelde geeft geen goede indruk van de reistijd want vier van de vijf tijden liggen ver onder het gemiddelde. De uitschieter zorgt voor een verkeerde indruk.

Bladzijde 130

- 4 a** Bij 28 waarnemingsgetallen is de mediaan het gemiddelde van het 14^e en het 15^e getal.
b Bij 87 waarnemingsgetallen is de mediaan het 44^e getal.
c Bij 500 waarnemingsgetallen is de mediaan het gemiddelde van het 250^e en het 251^e getal.
d Bij 1857 waarnemingsgetallen is de mediaan het 929^e getal.
- 5 a** totale frequentie = $7 + 15 + 9 + 12 + 14 + 25 + 4 = 86$
gemiddelde = $\frac{7 \cdot 8 + 15 \cdot 9 + 9 \cdot 10 + 12 \cdot 11 + 14 \cdot 12 + 25 \cdot 13 + 4 \cdot 14}{86} \approx 11,2$
- b** mediaan = $\frac{43^{\text{e}} \text{ getal} + 44^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{11 + 12}{2} = 11,5$
modus = 13
- 6** gemiddelde = $\frac{33 + 30 + 38 + \dots + 35 + 36}{20} = \frac{704}{20} = 35,2$
getallen in volgorde: 29 30 32 33 33 33 34 35 35 35 35 36 36 37 38 38 38 38 39 40
mediaan = $\frac{10^{\text{e}} \text{ getal} + 11^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{35 + 35}{2} = 35$
Er is geen modus.

- 7 a** totale frequentie = $8 + 6 + 4 + 7 + 3 + 1 + 0 + 1 = 30$
 Er werden in totaal 30 wedstrijden gespeeld door EDO, dus er waren 15 andere teams. In totaal deden er dus 16 teams mee aan de competitie.
- b** $8 \cdot 0 + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 0 \cdot 6 + 1 \cdot 7 = 59$
 Dus EDO heeft in totaal 59 doelpunten gescoord.
- c** EDO heeft in 22 wedstrijden gescoord, dus in $\frac{22}{30} \times 100\% \approx 73,3\%$.
- d** gemiddelde = $\frac{59}{30} \approx 1,97$
 Dus EDO heeft gemiddeld ongeveer 1,97 doelpunten per wedstrijd gescoord.
- e** mediaan = $\frac{15^{\text{e}} \text{ getal} + 16^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2$
 modus = 0

9.1 Spreidingsmaten

Bladzijde 131

- 1 a** totale frequentie = 14, dus mediaan = $\frac{7^{\text{e}} \text{ getal} + 8^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{6 + 7}{2} = 6,5$.
- b** eerste groep: 3 4 4 5 6 6 6
 mediaan eerste groep = 5
- c** Dat zijn de cijfers die links van de mediaan van de eerste groep liggen.
 Dus drie jongens krijgen steunles.

Bladzijde 132

- 2 a** 26 32 38 51 54 58 62 62 67 70
 mediaan = $\frac{54 + 58}{2} = 56$
 eerste helft: 26 32 38 51 54
 $Q_1 = 38$
 tweede helft: 58 62 62 67 70
 $Q_3 = 62$
- b** 17 17 18 18 18 20 23 25 29 31 49 51 51
 mediaan = 23
 eerste helft: 17 17 18 18 18 20
 $Q_1 = \frac{18 + 18}{2} = 18$
 tweede helft: 25 29 31 49 51 51
 $Q_3 = \frac{31 + 49}{2} = 40$
- c** 1,7 1,9 2,6 3,2 6,3 7,9 8,3
 mediaan = 3,2
 eerste helft: 1,7 1,9 2,6
 $Q_1 = 1,9$
 tweede helft: 6,3 7,9 8,3
 $Q_3 = 7,9$

- 3** totale frequentie = $4 + 2 + 3 + 7 + 8 + 5 + 1 = 30$
 De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 15.
 $Q_1 = 8^{\text{e}} \text{ getal} = 5 \text{ uur}$
 $Q_3 = 23^{\text{e}} \text{ getal} = 9 \text{ uur}$

Bladzijde 133

- 4 a** Het onderzoek van Freek duurde $8 \cdot 2 + 18 \cdot 3 + 23 \cdot 4 + \dots + 3 \cdot 11 + 4 \cdot 12 = 420$ seconden.
 Dus 7 minuten.
 Het onderzoek van Mathilde duurde $5 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + \dots + 6 \cdot 11 + 4 \cdot 12 = 600$ seconden.
 Dus 10 minuten.
- b** Freek heeft $8 + 18 + 23 + \dots + 3 + 4 = 82$ tijden genoteerd, dus hij heeft tijdens zijn onderzoek 83 auto's voorbij zien rijden.

- c** De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen van Freek in twee groepen van 41.
 $Q_1 = 21^{\text{e}}$ getal = 3 seconden
 $Q_3 = 62^{\text{e}}$ getal = 6 seconden
- d** Mathilde heeft $5 + 3 + 7 + \dots + 6 + 4 = 81$ tijden geregistreerd.
 De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen van Mathilde in twee groepen van 40.
 $Q_1 = \frac{20^{\text{e}} \text{ getal} + 21^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{6 + 6}{2} = 6$ seconden
 $Q_3 = \frac{61^{\text{e}} \text{ getal} + 62^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{9 + 9}{2} = 9$ seconden
- e** Bij Freek komen in 7 minuten 83 auto's voorbij en bij Mathilde in 10 minuten 82 auto's.
 Dus Freek stond langs de drukste weg.

- 5 a** Een medewerker werkt negen uur per dag.

b medewerker A

$$\text{gemiddelde} = \frac{5 + 6 + 8 + 9 + 14 + 19 + 20 + 22 + 23}{9} = 14$$

mediaan = 14

eerste helft: 5 6 8 9

$$Q_1 = \frac{6 + 8}{2} = 7$$

tweede helft: 19 20 22 23

$$Q_3 = \frac{20 + 22}{2} = 21$$

medewerker B

$$\text{gemiddelde} = \frac{5 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 23}{9} = 14$$

mediaan = 14

eerste helft: 5 11 12 13

$$Q_1 = \frac{11 + 12}{2} = 11,5$$

tweede helft: 15 16 17 23

$$Q_3 = \frac{16 + 17}{2} = 16,5$$

- c** Van A en B is het gemiddelde hetzelfde, en ook de mediaan is hetzelfde.
 Dus het gemiddelde en de mediaan geven geen goede indruk van het verschil in de werkzaamheden tussen A en B.
 Het eerste en het derde kwartiel geven wel een goede indruk van het verschil in de werkzaamheden tussen A en B. Hieruit volgt dat bij A meer rustige en meer drukke uren zijn voorgekomen, dus dat de drukte meer gespreid is dan bij B.

Bladzijde 134

- 6** De mediaan, Q_1 en Q_3 bij de vijftigplussers is kleiner dan bij de jongeren, net als de kwartielafstand. Dus de vijftigplussers gaan minder vaak naar de bioscoop.

- 7 a** 1 2 3 4 5 5 6 6 6 6 6 7 8 8 8 8

totale frequentie = 16

$$\text{mediaan} = \frac{8^{\text{e}} \text{ getal} + 9^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{6 + 6}{2} = 6$$

$$Q_1 = \frac{4^{\text{e}} \text{ getal} + 5^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{4 + 5}{2} = 4,5 \text{ en } Q_3 = \frac{12^{\text{e}} \text{ getal} + 13^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{7 + 8}{2} = 7,5$$

spreidingsbreedte = $8 - 1 = 7$ en kwartielafstand = $7,5 - 4,5 = 3$

- b** 15 18 18 20 20 22 23 23 24 25

totale frequentie = 10

$$\text{mediaan} = \frac{5^{\text{e}} \text{ getal} + 6^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{20 + 22}{2} = 21$$

$$Q_1 = 3^{\text{e}} \text{ getal} = 18 \text{ en } Q_3 = 8^{\text{e}} \text{ getal} = 23$$

spreidingsbreedte = $25 - 15 = 10$ en kwartielafstand = $23 - 18 = 5$

c 14 15 15 19 20 21 22 22 22 22 26 27 29

totale frequentie = 13

mediaan = 7^e getal = 22

$$Q_1 = \frac{3^{\text{e}} \text{ getal} + 4^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{15 + 19}{2} = 17 \text{ en } Q_3 = \frac{10^{\text{e}} \text{ getal} + 11^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{22 + 26}{2} = 24$$

spreidingsbreedte = 29 - 14 = 15 en kwartielfstand = 24 - 17 = 7

8 spreidingsbreedte = 82 - 70 = 12

totale frequentie = 1 + 5 + 5 + ... + 4 + 5 = 98

De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 49.

$Q_1 = 25^{\text{e}} \text{ getal} = 73$ en $Q_3 = 74^{\text{e}} \text{ getal} = 79$

kwartielfstand = 79 - 73 = 6

Bladzijde 135

9 a Hoe groter de spreidingsbreedte, hoe groter het verschil tussen de kleinste en de grootste sprong. Een grote spreidingsbreedte is gunstiger, want dan is er een grote kans dat de verspringer in elk geval één grote sprong heeft gemaakt.

b Een kleine spreidingsbreedte is gunstiger, want dan is er een grote kans dat er geen onvoldoendes op zijn overgangsrapport staan.

10 histogram a

totale frequentie = 1 + 4 + 18 + 4 + 1 = 28

De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 14.

$$Q_1 = \frac{7^{\text{e}} \text{ getal} + 8^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3 \text{ kg en } Q_3 = \frac{21^{\text{e}} \text{ getal} + 22^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3 \text{ kg}$$

kwartielfstand = 3 - 3 = 0 kg

histogram b

totale frequentie = 18 + 5 + 2 + 5 + 18 = 48

De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 24.

$$Q_1 = \frac{12^{\text{e}} \text{ getal} + 13^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \text{ kg en } Q_3 = \frac{36^{\text{e}} \text{ getal} + 37^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{4 + 4}{2} = 4 \text{ kg}$$

kwartielfstand = 4 - 2 = 2 kg

histogram c

totale frequentie = 16 + 16 + 16 + 16 + 16 = 80

De mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 40.

$$Q_1 = \frac{20^{\text{e}} \text{ getal} + 21^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{2,5 + 2,5}{2} = 2,5 \text{ kg en } Q_3 = \frac{60^{\text{e}} \text{ getal} + 61^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{3,5 + 3,5}{2} = 3,5 \text{ kg}$$

kwartielfstand = 3,5 - 2,5 = 1 kg

Bij alle drie de histogrammen is de spreidingsbreedte 4 - 2 = 2 kg.

Bij histogram b is de kwartielfstand het grootst.

Dus bij histogram b is de spreiding het grootst.

Bij histogram a is de kwartielfstand het kleinst.

Dus bij histogram a is de spreiding het kleinst.

11 a jongens

totale frequentie = 3 + 0 + 1 + ... + 2 + 1 = 15

mediaan = 8^e getal = 4 uur

$Q_1 = 4^{\text{e}} \text{ getal} = 2 \text{ uur}$ en $Q_3 = 12^{\text{e}} \text{ getal} = 8 \text{ uur}$

spreidingsbreedte = 10 - 0 = 10 uur en kwartielfstand = 8 - 2 = 6 uur

meisjes

totale frequentie = 4 + 3 + 3 + ... + 1 + 1 = 17

mediaan = 9^e getal = 2 uur

$$Q_1 = \frac{4^{\text{e}} \text{ getal} + 5^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{0 + 1}{2} = 0,5 \text{ uur en } Q_3 = \frac{13^{\text{e}} \text{ getal} + 14^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{3 + 4}{2} = 3,5 \text{ uur}$$

spreidingsbreedte = 10 - 0 = 10 uur en kwartielfstand = 3,5 - 0,5 = 3 uur

b De spreiding bij de jongens is groter.

- 12 a** Neem bijvoorbeeld $p = 80$.
 Dan is totale frequentie = 98, $Q_1 = 25^{\text{e}}$ getal = 5 en $Q_3 = 74^{\text{e}}$ getal = 5.
 Dus kwartielafstand = $5 - 5 = 0$.
- b** Neem bijvoorbeeld $p = 0$.
 Dan is totale frequentie = 18, $Q_1 = 5^{\text{e}}$ getal = 3 en $Q_3 = 14^{\text{e}}$ getal = 7.
 Dus kwartielafstand = $7 - 3 = 4$.

9.2 De boxplot

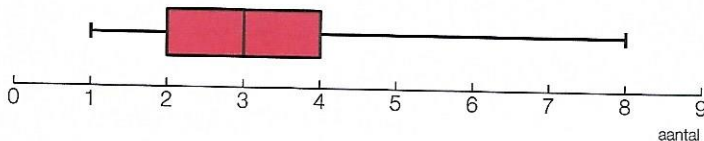
Bladzijde 136

- 13 a** Elke groep bestaat uit $\frac{15}{60} \times 100\% = 25\%$ van de waarnemingsgetallen.
- b** De mediaan verdeelt 50 waarnemingsgetallen in twee groepen van 25. Deze groepen bevatten elk een oneven aantal waarnemingsgetallen. Om de eerste helft op te splitsen in twee even grote groepen laat je het eerste kwartiel weg en om de tweede helft op te splitsen in twee even grote groepen laat je het derde kwartiel weg. Dit geeft vier groepen van 12 waarnemingsgetallen. Elke groep bestaat dan dus uit $\frac{12}{50} \times 100\% = 24\%$ van de waarnemingsgetallen.

Bladzijde 137

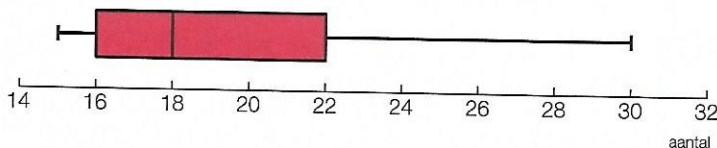
- 14** 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 4 4 4 4 5 5 8
 kleinste getal = 1 en grootste getal = 8
 mediaan = 10^{e} getal = 3
 $Q_1 = 5^{\text{e}}$ getal = 2 en $Q_3 = 15^{\text{e}}$ getal = 4

PERSONEN PER HUISHOUDEN



- 15** totale frequentie = $3 + 2 + 1 + 4 + 1 + 2 + 1 = 14$
 kleinste getal = 15 en grootste getal = 30
 mediaan = $\frac{7^{\text{e}} \text{ getal} + 8^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{18 + 18}{2} = 18$
 $Q_1 = 4^{\text{e}}$ getal = 16 en $Q_3 = 11^{\text{e}}$ getal = 22

DOELPUNTEN NA TIEN WEDSTRIJDEN



- 16 a** Op school I geven 33 docenten les en op school II geven 26 docenten les.
- b** school I
 mediaan = 17^{e} getal = 41
 modus = 40
- school II
 mediaan = $\frac{13^{\text{e}} \text{ getal} + 14^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{43 + 44}{2} = 43,5$
 modus = 44

c school I

kleinste getal = 22 en grootste getal = 56

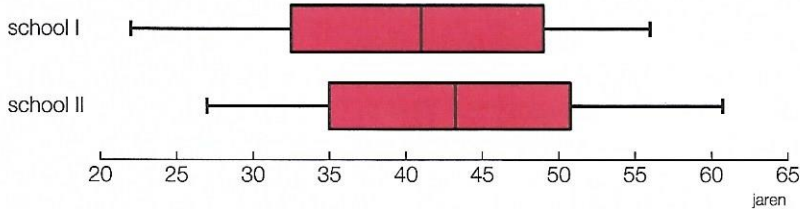
$$Q_1 = \frac{8^{\text{e}} \text{ getal} + 9^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{32 + 33}{2} = 32,5 \text{ en } Q_3 = \frac{25^{\text{e}} \text{ getal} + 26^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{48 + 50}{2} = 49$$

school II

kleinste getal = 27 en grootste getal = 61

$$Q_1 = 7^{\text{e}} \text{ getal} = 35 \text{ en } Q_3 = 20^{\text{e}} \text{ getal} = 51$$

LEEFTIJD

**Bladzijde 138****17**

aantal keer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12
frequentie	9	4	4	4	5	2	1	2	3	1	1

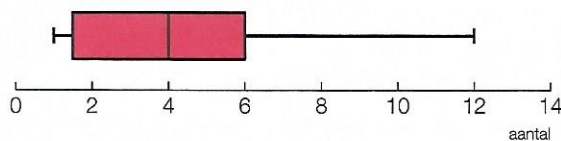
totale frequentie = 36

kleinste getal = 1 en grootste getal = 12

$$\text{mediaan} = \frac{18^{\text{e}} \text{ getal} + 19^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{4 + 4}{2} = 4$$

$$Q_1 = \frac{9^{\text{e}} \text{ getal} + 10^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{1 + 2}{2} = 1,5 \text{ en } Q_3 = \frac{27^{\text{e}} \text{ getal} + 28^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{6 + 6}{2} = 6$$

AANTAL DEELNAMES PER LAND

**18**

25% van de leerlingen krijgt meer dan 26 euro per week en 25% van de leerlingen krijgt minder dan 14 euro per week. Dat zijn in beide gevallen $0,25 \times 120 = 30$ leerlingen. Dus wat Lex zegt klopt niet. De lengte van een boxplot zegt niets over het aantal waarnemingsgetallen.

Bladzijde 139**19****a** $Q_1 = 16$ en $Q_3 = 28$, dus kwartielafstand = $28 - 16 = 12$.**b** 25% van de leerlingen had een score van 24 tot en met 28 punten.Dat zijn $0,25 \times 160 = 40$ leerlingen.**c** 75% van de leerlingen had 28 punten of minder.Dat zijn $0,75 \times 160 = 120$ leerlingen.**d** De 25% best scorende leerlingen hadden een score van 28 tot en met 38 punten.**e** 20 ligt halverwege 16 en 24. Dus ongeveer $25\% + \frac{1}{2} \times 25\% = 37,5\%$.Dat zijn $0,375 \times 160 = 60$ leerlingen.**Bladzijde 140****20****a** Van soort C zijn de meeste appels zwaarder dan 130 gram, namelijk 75%.

Bij soort A is dat 25% en bij soort B is dat 50%.

b Er zijn $0,50 \times 80 + 80 + 80 = 200$ appels zwaarder dan 118 gram.**c** De zwaarste appel weegt 150 gram.**d** Bij soort B is de kwartielafstand het kleinst.Deze is $135 - 127 = 8$ gram.**e** Uit de figuur volgen de conclusies 1 en 2.

- 21 Bij A hoort III.
 Bij B hoort IV.
 Bij C hoort I.
 Bij D hoort II.

Bladzijde 141

- 22 a In januari 2017 werd de website 147 000 keer bezocht.
 b 75% van 24 maanden, dus $0,75 \times 24 = 18$ maanden had de website meer dan 22 000 bezoekers.
 c De spreiding rechts van de mediaan is groter dan links van de mediaan, dus het gemiddelde is groter dan de mediaan.
 d Het aantal maanden met meer dan 125 000 bezoekers is $0,25 \times 24 = 6$.
 Het aantal maanden met minder dan 22 000 bezoekers is $0,25 \times 24 = 6$.
 Dus Marieke heeft geen gelijk.
 e 25% van 24 maanden is $0,25 \times 24 = 6$ maanden.
 Stel dat de website in elke van deze 6 maanden 6000 keer werd bezocht.
 Dan is het totaal $6 \times 6000 = 36\,000$ en dat is minder dan 40 000.
 Dus Erik zou gelijk kunnen hebben.
- 23 a In speelronde 30 van 2016-2017 werden 43 doelpunten gescoord.
 In speelronde 23 van 2017-2018 werden 16 doelpunten gescoord.
 Het verschil is $43 - 16 = 27$ doelpunten.
 b seizoen 2016-2017
 spreidingsbreedte = $43 - 17 = 26$ en kwartielafstand = $27 - 22 = 5$
seizoen 2017-2018
 spreidingsbreedte = $37 - 16 = 21$ en kwartielafstand = $32 - 25 = 7$
 c In het seizoen 2016-2017 werden $34 \times 26 = 884$ doelpunten gescoord.
 d Het maximale aantal doelpunten wat bij de boxplot van 2017-2018 mogelijk is, is verwerkt in de volgende frequentietabel.

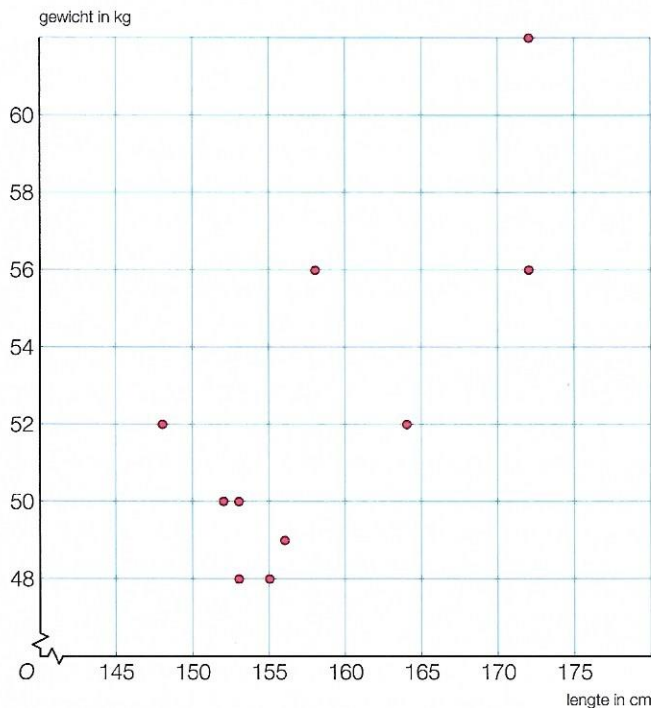
doelpunten	16	25	28	32	37
frequentie	1	8	9	8	8

Het totale aantal doelpunten is dan $1 \times 16 + 8 \times 25 + 9 \times 28 + 8 \times 32 + 8 \times 37 = 1020$.
 Dus Justin kan gelijk hebben.

9.3 Spreidingsdiagrammen

Bladzijde 142

- 24 a Van elf leerlingen zijn de gegevens verwerkt.
 b Haar schoenmaat is 37 en ze is 155 cm lang.
 c Nee, want de langste leerling heeft schoenmaat 38, en de grootste schoenmaat is 40.
 d gemiddelde = $\frac{150 + 4 \cdot 155 + 2 \cdot 158 + 2 \cdot 160 + 163 + 165}{11} \approx 158$ cm

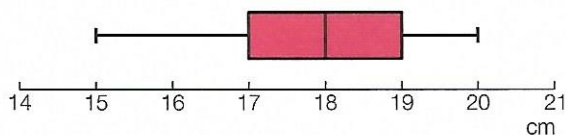
25 a

- b** Dat is niet altijd het geval. Er is bijvoorbeeld een leerling van 164 cm die 52 kg weegt, maar er is ook een leerling van 158 cm die 56 kg weegt.
- c** gemiddelde = $\frac{49 + 52 + 56 + 56 + 62}{5} = 55 \text{ kg}$
- d** gemiddelde = $\frac{152 + 153 + 153 + 155 + 156}{5} = 153,8 \text{ cm}$

Bladzijde 143**26 a**

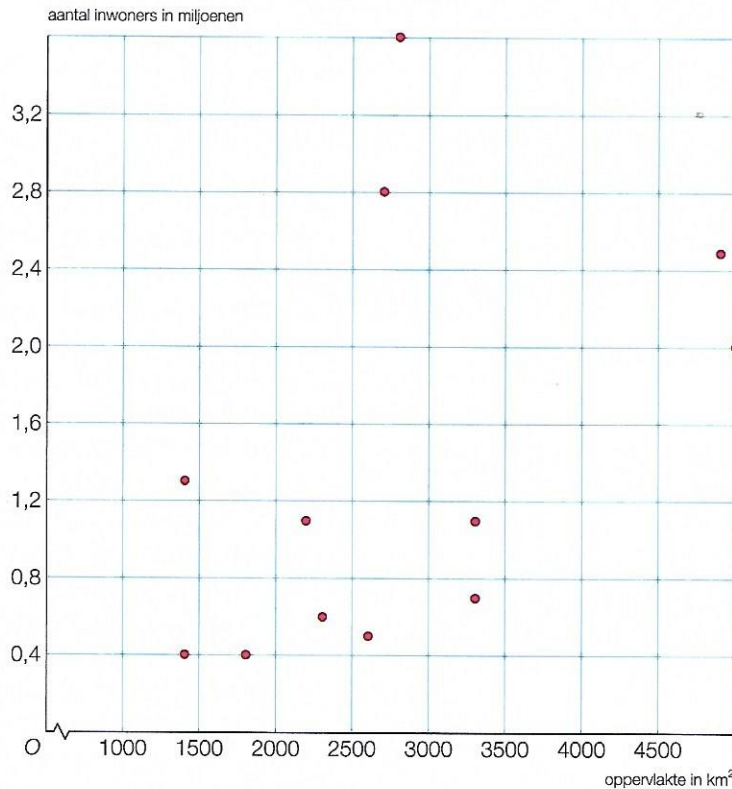
- Van negen leerlingen is de handlengte meer dan 17 cm.
Van drie leerlingen is de voetlengte minder dan 27 cm.
- b** Dat is niet altijd het geval. Zo heeft bijvoorbeeld degene met de kleinste handlengte een grotere voetlengte dan twee andere leerlingen. Dus Lex heeft ongelijk.
- c** gemiddelde = $\frac{2 \cdot 24 + 26 + 2 \cdot 27 + 2 \cdot 28 + 3 \cdot 30 + 31 + 2 \cdot 32}{13} \approx 28,4 \text{ cm}$
- d** mediaan = 7^e getal = 18 cm
- e** modus voetlengten = 30 cm
modus handlengten = 19 cm
- f** totale frequentie = 13
kleinste getal = 15 en grootste getal = 20
mediaan = 7^e getal = 18
 $Q_1 = \frac{3^{\text{e}} \text{ getal} + 4^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{17 + 17}{2} = 17$ en $Q_3 = \frac{10^{\text{e}} \text{ getal} + 11^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{19 + 19}{2} = 19$

HANDLENGTE



27

a



b Dat is niet zo. De provincie met de meeste inwoners heeft bijvoorbeeld niet de grootste oppervlakte.

c Gebruik bevolkingsdichtheid = $\frac{\text{aantal inwoners}}{\text{oppervlakte}}$.

Je krijgt dan het aantal inwoners per km².

provincie	Gr	Fr	Dr	Ov	Flv	Gld
bevolkingsdichtheid	261	212	192	333	286	400

provincie	Ut	NH	ZH	Zld	NB	Lim
bevolkingsdichtheid	929	1037	1286	222	510	500

Zuid-Holland heeft de grootste bevolkingsdichtheid en Drenthe de kleinste.

28

a totale frequentie = 16

$$\text{mediaan} = \frac{8^{\text{e}} \text{ getal} + 9^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{4 + 4}{2} = 4 \text{ jaar}$$

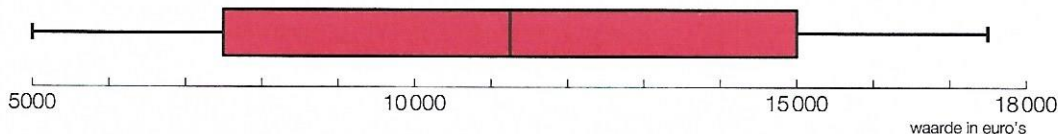
b kleinste getal = 5000 en grootste getal = 17 500

$$\text{mediaan} = \frac{8^{\text{e}} \text{ getal} + 9^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{10\,000 + 12\,500}{2} = 11\,250$$

$$Q_1 = \frac{4^{\text{e}} \text{ getal} + 5^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{7500 + 7500}{2} = 7500 \text{ en}$$

$$Q_3 = \frac{12^{\text{e}} \text{ getal} + 13^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{15\,000 + 15\,000}{2} = 15\,000$$

WAARDE AUTO'S



c De modus van de leeftijden is 4 jaar.

d Dat klopt niet. Hoe ouder een auto is, hoe minder hij waard wordt.

Het kan voorkomen dat een oudere auto toch meer waard is dan een jongere.

Het ene automerk is bijvoorbeeld duurder dan het andere automerk.

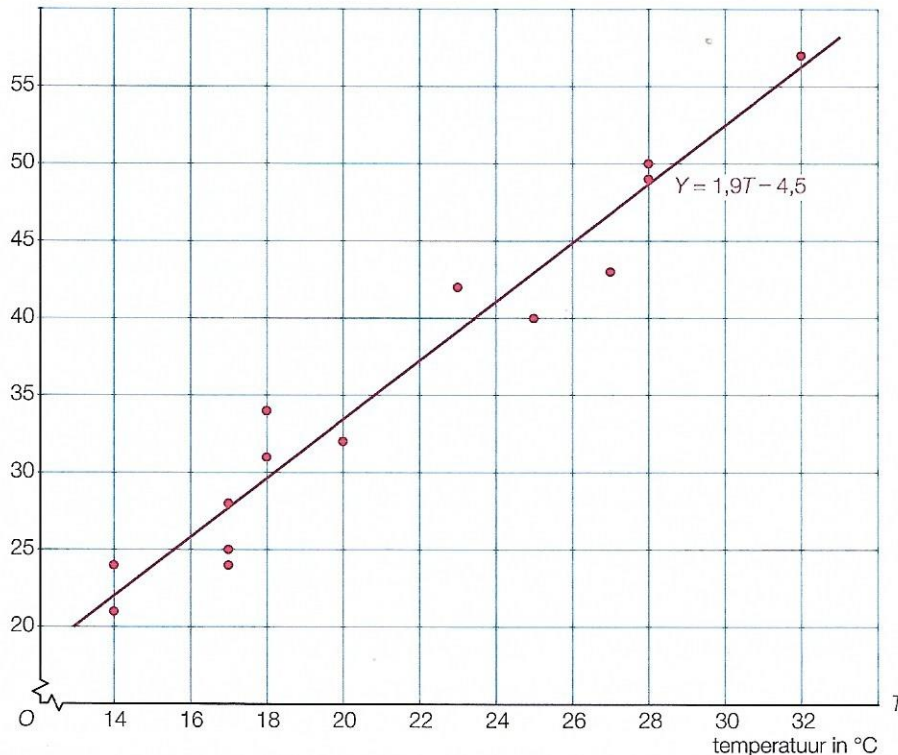
Ook kan een goed onderhouden oudere auto meer waard zijn dan een jongere auto met schade.

Bladzijde 144

- 29 a** Zweden en Noorwegen doen het bij allebei beter dan Nederland.
- b** Bij het Verenigd Koninkrijk is 6% van de bevolking vrijwilliger in de sport en 26% van alle vrijwilligers vrijwilliger in de sport. Bij Finland zijn deze percentages respectievelijk 4% en 32%.
 Bij Oostenrijk is 5% van de bevolking vrijwilliger in de sport en 22% van alle vrijwilligers vrijwilliger in de sport. Bij Portugal zijn deze percentages respectievelijk 3% en 24%.
 Bij België is 8% van de bevolking vrijwilliger in de sport en 35% van alle vrijwilligers vrijwilliger in de sport. Bij Slovenië zijn deze percentages respectievelijk 7% en 38%.
 Bij een hoger percentage vrijwilliger in de sport als percentage van de bevolking van 18 jaar of ouder hoort dus niet altijd een hoger percentage van alle vrijwilligers. Marlies heeft dus geen gelijk.
- c** 5% van 6,8 miljoen is $0,05 \times 6,8 = 0,34$ miljoen vrijwilligers in de sport.
 22% van alle vrijwilligers is vrijwilliger in de sport, dus $0,22 \times \text{TOTAAL} = 0,34$ miljoen.
 Hieruit volgt $\text{TOTAAL} = \frac{0,34 \text{ miljoen}}{0,22} \approx 1,5$ miljoen vrijwilligers in Oostenrijk.
- d** In Luxemburg zijn $0,36 \times 75\,000 = 27\,000$ vrijwilligers in de sport actief.
 Van de totale bevolking van 18 jaar of ouder is 6% als vrijwilliger actief, dus
 $0,06 \times \text{TOTAAL} = 27\,000$ oftewel $\text{TOTAAL} = \frac{27\,000}{0,06} = 450\,000$ Luxemburgers zijn 18 jaar of ouder.
- e** 4% van de Finnen van 18 jaar of ouder is vrijwilliger in de sport.
 32% van de vrijwilligers is vrijwilliger in de sport.
 Hieruit volgt $0,04 \times \text{aantal Finnen ouder dan 18 jaar} = 0,32 \times \text{aantal vrijwilligers}$.
 Dus $\frac{\text{aantal vrijwilligers}}{\text{aantal Finnen ouder dan 18 jaar}} = \frac{0,04}{0,32}$.
 Dus $\frac{0,04}{0,32} \times 100\% = 12,5\%$ is vrijwilliger.

Bladzijde 145

- 30 a** positieve correlatie
b geen correlatie
c positieve correlatie
d negatieve correlatie
e negatieve correlatie
f positieve correlatie
g positieve correlatie
h positieve correlatie

Bladzijde 146**31 a,c** ijsverkoop Y in liter**b** positieve correlatie**d** $T = 24$ geeft $Y = 1,9 \cdot 24 - 4,5 = 41,1$ Bij een temperatuur van 24°C wordt naar schatting 41 liter ijs verkocht.**32 a** De vroegste legdag in de figuur is 1 mei. De gemiddelde voorjaarstemperatuur was toen 11°C . Dus in 2014 werd op de eerste dag van mei het eerste zangvogelei gelegd.**b** Er is sprake van negatieve correlatie.**c** Dat was op 5 mei.**d** De gemiddelde voorjaarstemperatuur was $7,4^{\circ}\text{C}$.**e** $T = 8,5$ geeft $L = -2,44 \cdot 8,5 + 31,0 = 10,26$

Dus een schatting van de legdatum van het eerste zangvogelei in 2010 is 10 mei.

f $L = 0$ geeft $-2,44T + 30,0 = 0$

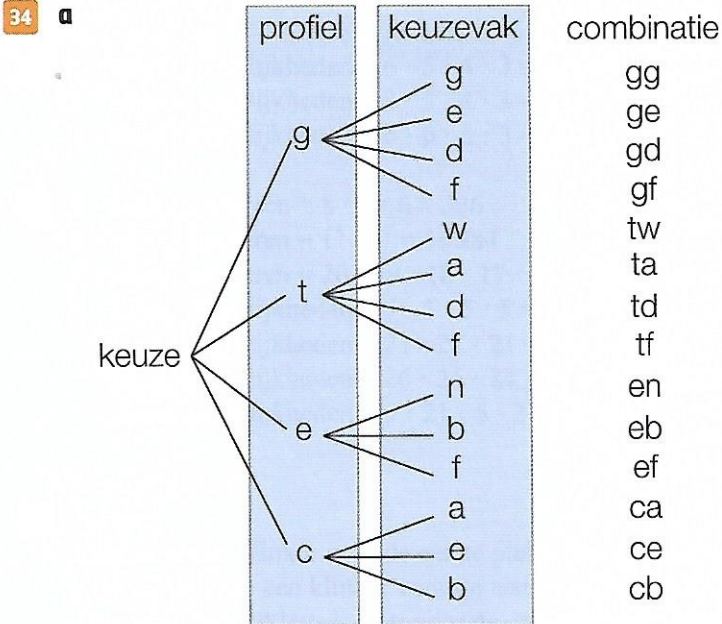
$$-2,44T = -30,0$$

$$T = \frac{-30,0}{-2,44} \approx 12,3$$

Een schatting van de gemiddelde voorjaarstemperatuur dat jaar is $12,3^{\circ}\text{C}$ of hoger.**Bladzijde 147****33 a** Het onderzoek heeft betrekking op 20 dagen.**b** positieve correlatie**c** Het diagram is misleidend. Een grotere ijsverkoop is niet de veroorzaker van meer reddingsacties. Waarschijnlijk hangen zowel de ijsverkoop als het aantal reddingsacties af van een andere factor, bijvoorbeeld hoeveel badgasten er op het strand zijn.

9.4 Telproblemen

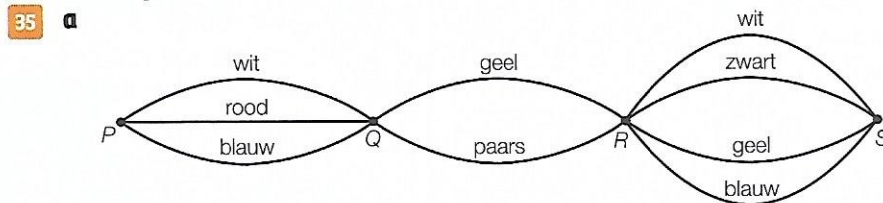
Bladzijde 148



b 14 manieren

c De exacte vakken zijn wiskunde D, biologie en natuurkunde, dus 4 mogelijkheden.

Bladzijde 149

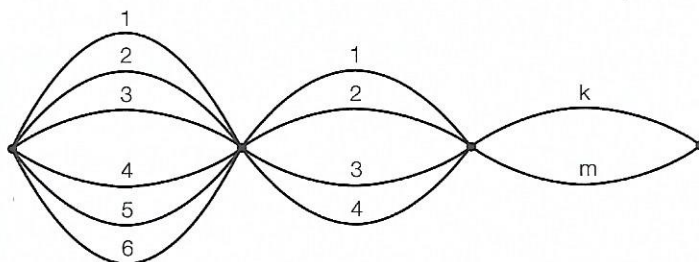


b aantal mogelijkheden = $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$

c aantal mogelijkheden = $1 \cdot 2 \cdot 4 = 8$

d aantal mogelijkheden = $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

36 a gewone dobbelsteen viervlaksdobbelsteen 1-euro muntstuk



b aantal mogelijkheden = $6 \cdot 4 \cdot 2 = 48$

37 a aantal mogelijkheden = $6 \cdot 4 \cdot 8 = 192$

b aantal mogelijkheden = $6 \cdot 4 \cdot 1 = 24$

Bladzijde 150

38 a aantal mogelijkheden = $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 240$

b aantal mogelijkheden = $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 = 160$

c aantal mogelijkheden = $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 180$

d aantal mogelijkheden = $4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 = 20$

e aantal mogelijkheden = $1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$

Bladzijde 151

- 39 a aantal manieren = $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 = 600$
 b aantal mogelijkheden = $8 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 5 = 1280$
 Het aantal mogelijkheden om de band te vormen neemt toe met $1280 - 600 = 680$.
- 40 a aantal manieren = $1 \cdot 6 \cdot 2 = 12$
 b aantal manieren = $2 \cdot 1 \cdot 3 = 6$
 c aantal manieren = $6 \cdot 6 \cdot 3 = 108$
 d aantal manieren = $6 \cdot 10 \cdot 10 = 600$
- 41 a aantal mogelijkheden = $5 \cdot 4 \cdot 6 = 120$
 b aantal mogelijkheden = $1 \cdot 3 \cdot 6 = 18$
 c aantal mogelijkheden = $3 \cdot 4 \cdot 6 = 72$
 d aantal mogelijkheden = $3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$
 e aantal mogelijkheden = $5 \cdot 4 \cdot 1 = 20$

Bladzijde 152

- 42 a aantal manieren = $24 \cdot 24 = 576$
 b aantal manieren = $24 \cdot 23 = 552$
 c Methode 2 zou je eerlijker kunnen vinden, want bij methode 1 bestaat de kans dat één persoon beide kaartjes wint.

Bladzijde 153

- 43 a aantal manieren = $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$
 b aantal mogelijkheden = $10^6 = 1\,000\,000$
 aantal mogelijkheden = $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151\,200$
 aantal mogelijkheden = $10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 10$
 c aantal mogelijkheden = $1 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 1 = 17\,576$
 aantal mogelijkheden = $1 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 1 = 12\,144$
- 44 a aantal mogelijkheden = $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$
 b aantal mogelijkheden = $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 2401$
 c aantal mogelijkheden = $1 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 7 = 49$
 d aantal mogelijkheden = $1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 = 20$
- 45 a aantal mogelijkheden = $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$
 b aantal mogelijkheden = $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$
 c aantal mogelijkheden = $10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 10$
 d aantal mogelijkheden = $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$
- 46 a aantal mogelijkheden = $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$
 aantal mogelijkheden = $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 2401$
 b aantal mogelijkheden met herhalingen = $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 16\,807$
 aantal mogelijkheden zonder herhalingen = $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520$
 $16\,807 - 2520 = 14\,287$, dus Matthijs heeft gelijk.
- 47 a aantal mogelijkheden = $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$
 b aantal mogelijkheden = $1 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
 c aantal mogelijkheden = $1 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 1 = 16$
 d aantal mogelijkheden = $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Bladzijde 154

- 48 a Er zijn 18 hokjes, dus aantal mogelijkheden = $2^{18} = 262\,144$.
 b Er zijn 14 hokjes aan de rand, dus aantal mogelijkheden = $1^{14} \cdot 2^4 = 16$.
 c Er zijn 6 hokjes in de middelste rij, dus aantal mogelijkheden = $1^6 \cdot 2^{12} = 4096$.

- 49 a aantal manieren = $13 \cdot 16 \cdot 15 = 3120$
 b aantal manieren = $13 \cdot 12 \cdot 11 = 1716$
 c aantal manieren = $16 \cdot 13 \cdot 27 = 5616$

- 50 a aantal mogelijkheden = $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$
 b aantal mogelijkheden = $2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 120$
 c aantal mogelijkheden = $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 = 648$

- 51 a aantal manieren = $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$
 b aantal manieren = $1^5 \cdot 4^7 = 16384$
 c aantal manieren = $20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 = 1\,860\,480$
 d aantal mogelijkheden = $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$
 aantal mogelijkheden = $21 \cdot 21 \cdot 21 \cdot 21 = 194\,481$
 aantal mogelijkheden = $26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = 358\,800$
 aantal mogelijkheden = $5 \cdot 21 \cdot 5 \cdot 21 = 11\,025$

Bladzijde 155

52 Aanpak

Kies eerst een klinker voor de eerste plek. Hiervoor heb je vijf mogelijkheden.
 Kies vervolgens een klinker voor de laatste plek. Hiervoor heb je vier mogelijkheden.
 Je hebt nu nog 24 letters over voor de overige drie plekken.

Uitwerking

aantal mogelijkheden = $5 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 4 = 242\,880$

- 53 a aantal manieren = $2 \cdot 4 = 8$
 b aantal manieren = $3 \cdot 2 = 6$
 c totaal aantal manieren = $8 + 6 = 14$

Bladzijde 156

- 54 a rororo of grgrgr of gegege
 aantal uitkomsten = $3 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 1 = 8$
 b rogrgr of rogege
 aantal uitkomsten = $3 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9$
- 55 AQB of APQB
 aantal manieren = $1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 3 = 21$
- 56 a aantal mogelijkheden = $12 \cdot 5 \cdot 6 = 360$
 b stripboek sciencefictionboek of stripboek historische roman
 aantal mogelijkheden = $12 \cdot 5 + 12 \cdot 6 = 132$
- 57 a aantal mogelijkheden = $14 \cdot 19 = 266$
 b aantal mogelijkheden = $46 \cdot 45 = 2070$
 c jj of mm
 aantal mogelijkheden = $46 \cdot 45 + 52 \cdot 51 = 4722$
 d 14 14 of 15 15 of 16 16
 aantal mogelijkheden = $28 \cdot 27 + 50 \cdot 49 + 20 \cdot 19 = 3586$

9.5 Kans

Bladzijde 157

58

a

SOM VAN DE OGEN

	7	8	9	10	11	12
	6	7	8	9	10	11
	5	6	7	8	9	10
	4	5	6	7	8	9
	3	4	5	6	7	8
	2	3	4	5	6	7








- b 36 hokjes
 c In één hokje staat 2 en in zes hokjes staat 7.
 d Ron heeft gelijk, want van de 36 mogelijkheden zijn er meer met 'som 7' dan met 'som 2'. Dus er is meer kans op 'som 7' dan op 'som 2' bij het gooien met twee dobbelstenen.

59

- a kleine kans
 b kans van 50%
 c kleine kans
 d kleine kans
 e kleine kans
 f grote kans
 g kleine kans
 h kans van 50%
 i onmogelijk
 j zeker

Bladzijde 159

60

		c	d	c	c	
4	b	b	a	b	a	b
3	c	b	b	a	b	a
2	c	b	b	b	a	b
1	b	b	b	b	a	b
	1	2	3	4	5	6

- a $P(\text{de som is meer dan 6}) = \frac{10}{24} \approx 0,417$, dus 41,7%.
 b $P(\text{de som is minder dan 10}) = \frac{23}{24} \approx 0,958$, dus 95,8%.
 c $P(\text{het verschil is minder dan 3}) = \frac{17}{24} \approx 0,708$, dus 70,8%.
 d $P(\text{het product is 12}) = \frac{3}{24} = 0,125$, dus 12,5%.

61

6	a					
5		a				b
4			a		b	b
3				a	b	b
2			b	b	a	b
1		b	b	b	b	a
	1	2	3	4	5	6

rood

a $P(\text{som is } 7) = \frac{6}{36} \approx 0,167$

b $P(\text{met de rode meer dan met de zwarte}) = \frac{15}{36} \approx 0,417$

62

	PRODUCT					
6	6	12	18	24	30	36
5	5	10	15	20	25	30
4	4	8	12	16	20	24
3	3	6	9	12	15	18
2	2	4	6	8	10	12
1	1	2	3	4	5	6
	1	2	3	4	5	6

b $P(\text{product is } 12) = \frac{4}{36} \approx 0,111$, dus 11,1%.

c $P(\text{product is minder dan } 5) = \frac{8}{36} \approx 0,222$, dus 22,2%.

d $P(\text{product is oneven}) = \frac{9}{36} = 0,25$, dus 25%.

63

5	d	d	c	d	c	c	d
		b	a				
4	d	d	c	c	d	c	d
	b			a	a		b
3	d		d	d	d	c	d
			b	b	b	a	
2		d	d	d	d		d
			b				
	2	3	4	5	5	6	

a $P(\text{de som van de getallen is } 9) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

b $P(\text{de getallen verschillen } 2 \text{ van elkaar}) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

c $P(\text{het product van de getallen is groter dan } 15) = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$

d $P(\text{de getallen zijn niet gelijk}) = \frac{19}{24}$

64

6			b	c		a
5		c		b	a	
4	c			a	b	c
3	c	b	a		c	b
2		a	b	c		
1	a		b			
	1	2	3	4	5	6

- a $P(\text{de aantallen ogen zijn gelijk}) = \frac{6}{36} \approx 0,167$
- b $P(\text{de som van de ogen is een kwadraat}) = \frac{7}{36} \approx 0,194$
- c $P(\text{het verschil van de ogen is 2}) = \frac{8}{36} \approx 0,222$
- d Je verwacht $\frac{6}{36} \cdot 300 = 50$ keer dat ze gelijke ogen gooit.

65

BEDRAGEN				
€ 25	€ 35	€ 40	€ 40	€ 50
€ 10	€ 20	€ 25	€ 25	€ 35
€ 10	€ 20	€ 25	€ 25	€ 35
	€ 10	€ 15	€ 15	€ 25

- a $P(20 \text{ euro}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
- $P(25 \text{ euro}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
- $P(35 \text{ euro}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
- $P(40 \text{ euro}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
- $P(50 \text{ euro}) = \frac{1}{12}$
- b Er zijn 12 manieren om de enveloppen te combineren, waarbij elke manier dezelfde kans heeft. Dus met 12 verjaardagen per jaar verwacht je dat elke manier een keer voorkomt.
- Opa en oma zijn dus naar verwachting $2 \cdot 20 + 4 \cdot 25 + 3 \cdot 35 + 2 \cdot 40 + 1 \cdot 50 = 375$ euro per jaar kwijt.

9.6 Spreiding met Excel

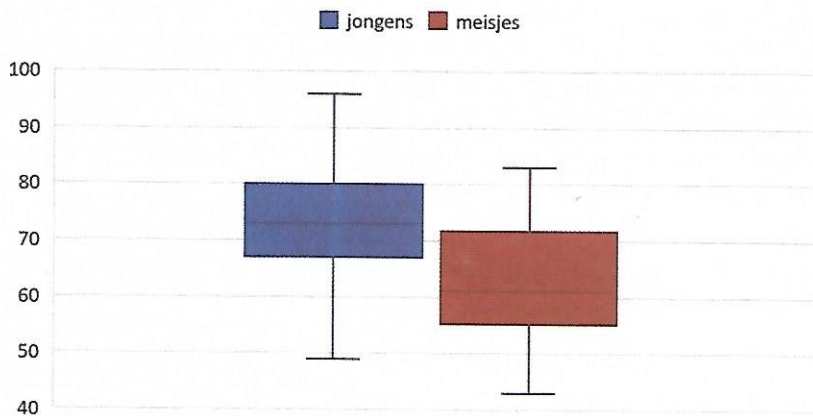
Bladzijde 160

66

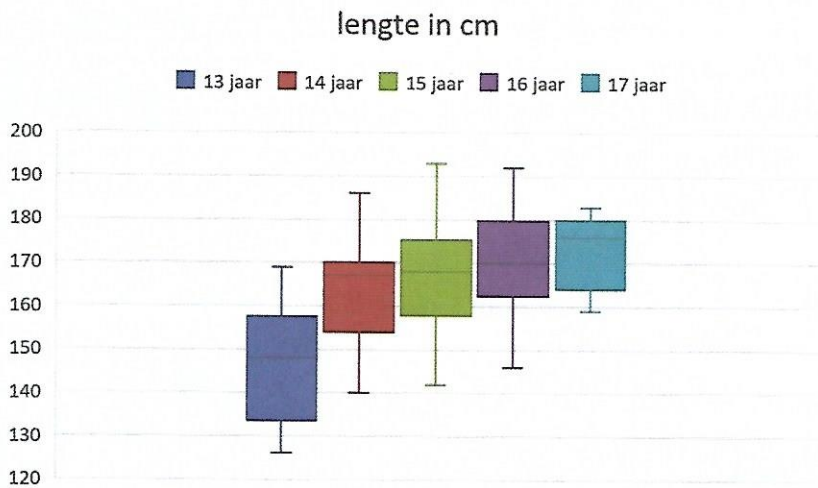
- a *
- b Van 119 leerlingen zijn gegevens verzameld.
- c De spreidingsbreedte is 67 cm en de kwartielafstand 17 cm.
- d *

Bladzijde 161

- 67 a ***
b De spreidingsbreedte is 53 kg en de kwartielafstand is 19 kg.
c

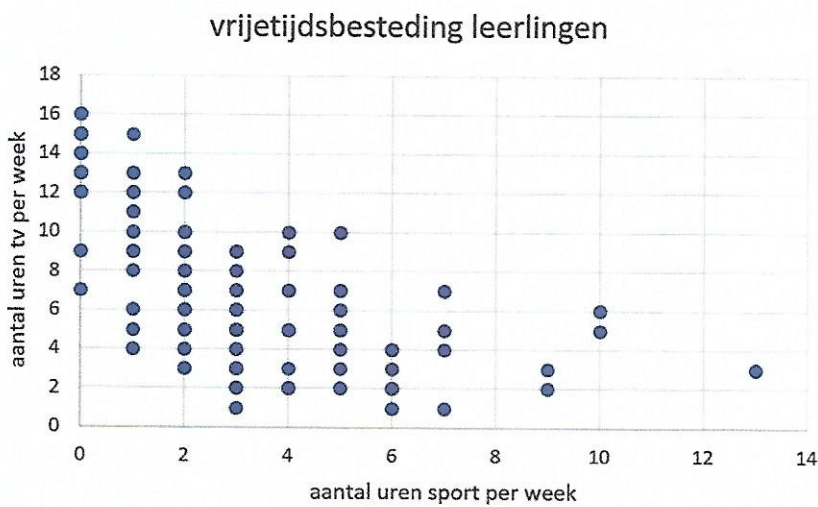


- 68 a,b ***
c



- 69 ***

- 70 a ***
b



- c** Er is sprake van negatieve correlatie tussen het aantal uren sporten per week en het aantal uren tv kijken per week.

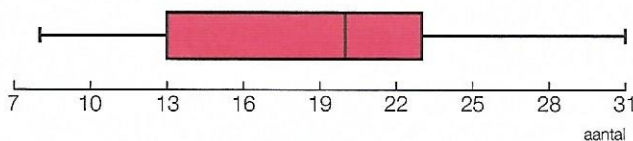
- 71 ***

Gemengde opgaven

Bladzijde 162

- 1**
- a** 75% van veld II en 50% van veld III geeft $0,75 \times 240 + 0,5 \times 240 = 300$ planten.
 - b** 25% van veld II en 25% van veld III geeft $0,25 \times 240 + 0,25 \times 240 = 120$ planten.
Er zijn in totaal $3 \times 240 = 720$ planten, dus $\frac{120}{720} \times 100\% \approx 16,7\%$ van alle planten heeft meer dan 90 aardbeien.
 - c** Op veld I heeft 75% van de 240 planten minder dan 40 aardbeien.
Op veld III heeft tussen de 50% en 75% van de 240 planten meer dan 40 aardbeien.
Dus Carlijn heeft ongelijk.
 - d** 25% van 240 is $0,25 \times 240 = 60$ planten.
Het maximale aantal aardbeien dat deze planten samen kunnen hebben is als slechts één van deze planten 40 aardbeien heeft en de rest allemaal 60 aardbeien per plant.
Dan hebben ze samen $40 + 59 \times 60 = 3580$ aardbeien.
Het is dus niet mogelijk dat deze planten samen 3600 aardbeien hebben.

- 2**
- a** gemiddelde $= \frac{8 + 8 + 9 + \dots + 29 + 30 + 31}{24} \approx 18,7$
 - b** mediaan $= \frac{12^{\text{e}} \text{ getal} + 13^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{20 + 20}{2} = 20$
modus $= 20$
 - c** kleinste getal $= 8$ en grootste getal $= 31$
spreidingsbreedte $= 31 - 8 = 23$
 $Q_1 = \frac{6^{\text{e}} \text{ getal} + 7^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{12 + 14}{2} = 13$ en $Q_3 = \frac{18^{\text{e}} \text{ getal} + 19^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{23 + 23}{2} = 23$
kwartielafstand $= 23 - 13 = 10$
 - d** AANTAL KLANTEN KAPPER DOUMA



- 3**
- a** aantal mogelijkheden $= 4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 6 = 432$
 - b** aantal mogelijkheden $= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$
 - c** aantal mogelijkheden $= 4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 1 = 72$
 - d** aantal mogelijkheden $= 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 = 18$
 - e** 5 in de tweede schijf of 5 in de laatste schijf
aantal mogelijkheden $= 4 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = 120$

Bladzijde 163

- 4**
- a** aantal mogelijkheden $= 14 \cdot 24 = 336$
 - b** aantal mogelijkheden $= 14 \cdot 9 = 126$
 - c** aantal mogelijkheden $= 19 \cdot 18 = 342$
 - d** jj of mm
aantal mogelijkheden $= 14 \cdot 13 + 24 \cdot 23 = 734$

5

BEDRAG

€ 10 000	€ 10 000	€ 10 000	€ 10 000	€ 10 000	€ 11 000	€ 11 000	€ 20 000	€ 60 000
€ 1 000	€ 1 000	€ 1 000	€ 1 000	€ 1 000	€ 2 000	€ 2 000	€ 11 000	€ 51 000
€ 1 000	€ 1 000	€ 1 000	€ 1 000	€ 1 000	€ 2 000	€ 2 000	€ 11 000	€ 51 000
€ 0	€ 0	€ 0	€ 0	€ 0	€ 1 000	€ 1 000	€ 10 000	€ 50 000
€ 0	€ 0	€ 0	€ 0	€ 0	€ 1 000	€ 1 000	€ 10 000	€ 50 000
€ 0	€ 0	€ 0	€ 0	€ 0	€ 1 000	€ 1 000	€ 10 000	€ 50 000
€ 0	€ 0	€ 0	€ 0	€ 0	€ 1 000	€ 1 000	€ 10 000	€ 50 000
	€ 0	€ 0	€ 0	€ 0	€ 1 000	€ 1 000	€ 10 000	€ 50 000

a $P(60\,000 \text{ euro}) = \frac{1}{48} \approx 0,021$

$P(\text{minder dan } 1500 \text{ euro}) = \frac{26}{48} \approx 0,542$

b $P(\text{Cynthia wint meer geld dan Chris}) = \frac{14}{48} \approx 0,292$, dus 29,2%.

6

a Er is sprake van positieve correlatie.

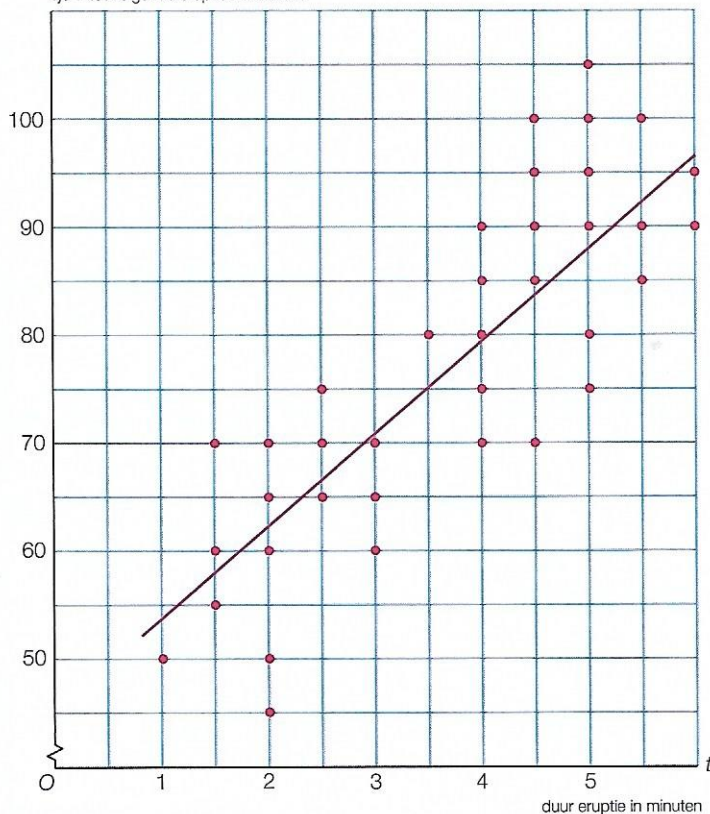
b De kortste eruptie duurde 1 minuut.

c De eruptie duurde 5 minuten.

d Van die groep is het gemiddelde $\frac{45 + 2 \cdot 50 + 55 + 3 \cdot 60 + 3 \cdot 65 + 3 \cdot 70 + 75}{14} \approx 61$.

Dus het duurde gemiddeld 61 minuten tot er weer een eruptie kwam.

e tijd T tot volgende eruptie in minuten



f 40 seconden is $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ minuut.

$t = \frac{2}{3}$ geeft $T = 8,6 \cdot \frac{2}{3} + 45 \approx 51$ minuten tot de volgende eruptie.

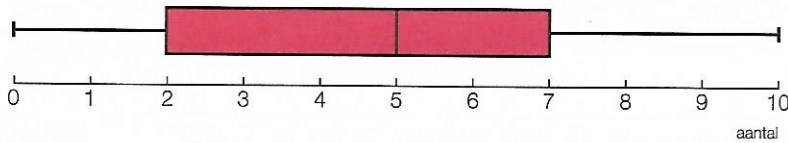
Diagnostische toets

Bladzijde 166

- 1** kleinste getal = 0 en grootste getal = 10, dus spreidingsbreedte = $10 - 0 = 10$ uur.
totale frequentie = $4 + 8 + 8 + \dots + 10 + 2 = 70$
 $Q_1 = 18^e$ getal = 2 en $Q_3 = 53^e$ getal = 7, dus kwartielafstand = $7 - 2 = 5$ uur.

2 mediaan = $\frac{35^e \text{ getal} + 36^e \text{ getal}}{2} = \frac{5 + 5}{2} = 5$

BOTEN DOOR DE SLUIS IN BLOKZIJD

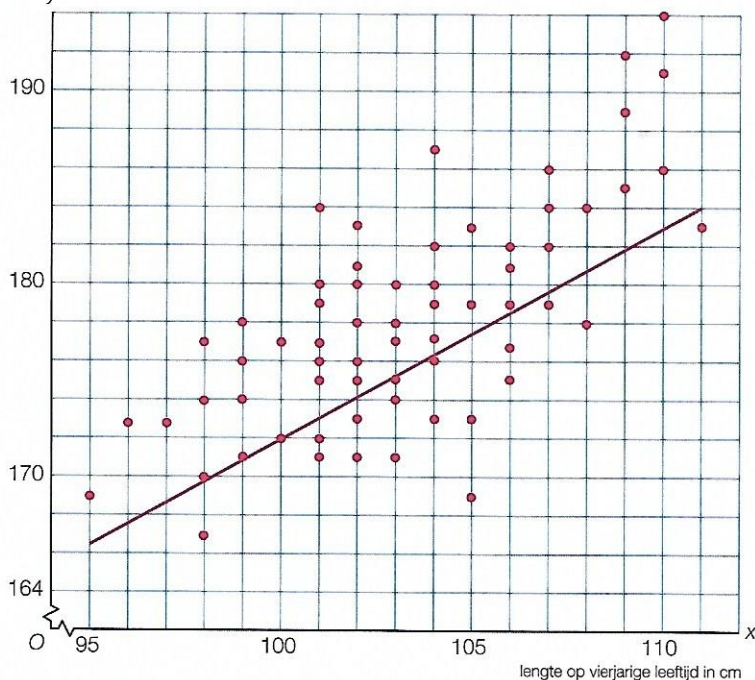


- 3 a** De meeste tijden in boxplot I zijn langer, dus deze coureurs zijn langzamer. Boxplot I hoort dus bij de amateurs.
b 25% bij boxplot I en 75% bij boxplot II, dus $0,25 \times 60 + 0,75 \times 40 = 45$. Ongeveer 45 coureurs hebben een rondetijd onder de 1,4 minuten gereden.
c $0,25 \times 60 = 15$ amateurs zijn sneller dan 1,4 minuten.
 $0,25 \times 40 = 10$ profs zijn langzamer dan 1,4 minuten.
Dus Karin kan gelijk hebben.

Bladzijde 167

- 4 a** De kleinste jongen op vierjarige leeftijd was 95 cm.
Op 18-jarige leeftijd was hij 169 cm.
b De kleinste jongen op 18-jarige leeftijd was 167 cm.
Op vierjarige leeftijd was hij 98 cm.
c Van deze groep is het gemiddelde $\frac{194 + 192 + 191 + 189 + 187}{5} \approx 191$ cm.
d Van deze groep jongens is de lengte op 18-jarige leeftijd minstens 169 cm en hoogstens 194 cm.
e Er is sprake van positieve correlatie.

f lengte op achttienjarige leeftijd in cm
y



- g** $x = 93$ geeft $y = 1,1 \cdot 93 + 61,9 \approx 164$ cm op 18-jarige leeftijd.

- 5 a aantal mogelijkheden = $10 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 12\,000$
 aantal mogelijkheden = $10 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 21\,600$
 b aantal mogelijkheden = $1 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 = 720$
 c aantal mogelijkheden = $10 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 = 60$
 d getal-getal-A-A-geen A of getal-getal-A-geen A-A of getal-getal-geen A-A-A
 aantal mogelijkheden = $10 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 5 + 10 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1 + 10 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 = 1500$

6

6	c	d				b	b	d
5	c							d
4	a	a	a	a	a	b	a	b
3	c					d	d	
2	a	a	a	a	a	d	a	b
1	c	c	c	d	c	d	d	b
	a	a	a	a	a	a	a	d
	1	3	5	7	9	11		

- a $P(\text{som is even}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$
 b $P(\text{de som is meer dan 12}) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
 c $P(\text{het product is minder dan 11}) = \frac{13}{36}$
 d $P(\text{het verschil is meer dan 4}) = \frac{13}{36}$

Herhaling

Bladzijde 168

- 1 a 10 waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 5.
 $Q_1 = 3^{\text{e}} \text{ getal} = 25$ en $Q_3 = 8^{\text{e}} \text{ getal} = 41$
 b 13 waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 6 waarbij de mediaan zelf wordt weggelaten.
 $Q_1 = \frac{3^{\text{e}} \text{ getal} + 4^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{7 + 7}{2} = 7$ en $Q_3 = \frac{10^{\text{e}} \text{ getal} + 11^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{9 + 10}{2} = 9,5$
 c $3 + 1 + 5 + 7 + 2 = 18$ waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 9.
 $Q_1 = 5^{\text{e}} \text{ getal} = 7$ en $Q_3 = 14^{\text{e}} \text{ getal} = 8$
- 2 a 9 waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 4 waarbij de mediaan zelf wordt weggelaten.
 $Q_1 = \frac{2^{\text{e}} \text{ getal} + 3^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{9 + 9}{2} = 9$ en $Q_3 = \frac{7^{\text{e}} \text{ getal} + 8^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{17 + 21}{2} = 19$
 kwartielafstand = $19 - 9 = 10$
 kleinste getal = 8 en grootste getal = 28, dus spreidingsbreedte = $28 - 8 = 20$.
 b 9 waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 4 waarbij de mediaan zelf wordt weggelaten.
 $Q_1 = \frac{2^{\text{e}} \text{ getal} + 3^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{31 + 48}{2} = 39,5$ en $Q_3 = \frac{7^{\text{e}} \text{ getal} + 8^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{107 + 108}{2} = 107,5$
 kwartielafstand = $107,5 - 39,5 = 68$
 kleinste getal = 31 en grootste getal = 120, dus spreidingsbreedte = $120 - 31 = 89$.
 c $8 + 2 + 19 + 7 + 21 + 9 = 66$ waarnemingsgetallen, dus de mediaan verdeelt de waarnemingsgetallen in twee groepen van 33.
 $Q_1 = 17^{\text{e}} \text{ getal} = 20$ en $Q_3 = 50^{\text{e}} \text{ getal} = 22$, dus kwartielafstand = $22 - 20 = 2$.
 kleinste getal = 18 en grootste getal = 23, dus spreidingsbreedte = $23 - 18 = 5$.

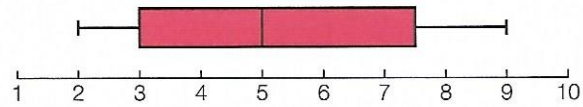
3 a 2 3 3 4 5 6 7 8 9

totale frequentie = 9

kleinste getal = 2 en grootste getal = 9

mediaan = 5^e getal = 5

$$Q_1 = \frac{2^{\text{e}} \text{ getal} + 3^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3 \text{ en } Q_3 = \frac{7^{\text{e}} \text{ getal} + 8^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{7 + 8}{2} = 7,5$$

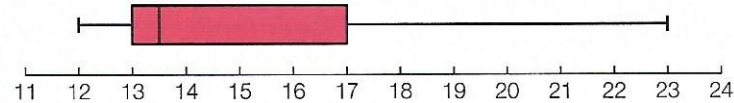
**b** 12 12 13 13 13 14 15 17 18 23

totale frequentie = 10

kleinste getal = 12 en grootste getal = 23

$$\text{mediaan} = \frac{5^{\text{e}} \text{ getal} + 6^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{13 + 14}{2} = 13,5$$

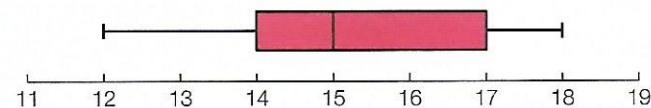
$$Q_1 = 3^{\text{e}} \text{ getal} = 13 \text{ en } Q_3 = 8^{\text{e}} \text{ getal} = 17$$

**c** totale frequentie = 8 + 7 + 11 + 16 + 3 + 18 + 2 = 65

kleinste getal = 12 en grootste getal = 18

mediaan = 33^e getal = 15

$$Q_1 = \frac{16^{\text{e}} \text{ getal} + 17^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{14 + 14}{2} = 14 \text{ en } Q_3 = \frac{49^{\text{e}} \text{ getal} + 50^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{17 + 17}{2} = 17$$

**4 a** GEWICHT IN KG

zak A		zak B
8 7 6	1	5 5 6 6 6 8 9
7 6 6 5 3 2 2 1	2	0 0 0 0 1 5 5 6 7 7 7 8 9
9 8 5 4 4 3	3	2 8
0	4	
eenheden	tientallen	eenheden

b zak A

totale frequentie = 18

kleinste getal = 16 en grootste getal = 40

$$\text{mediaan} = \frac{9^{\text{e}} \text{ getal} + 10^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{26 + 26}{2} = 26$$

$$Q_1 = 5^{\text{e}} \text{ getal} = 22 \text{ en } Q_3 = 14^{\text{e}} \text{ getal} = 34$$

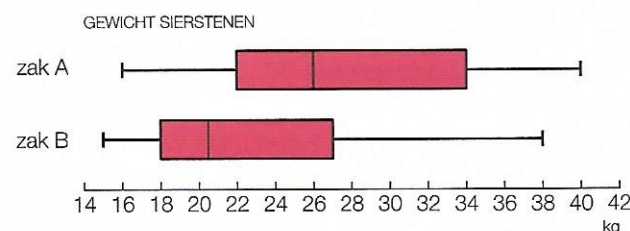
zak B

totale frequentie = 22

kleinste getal = 15 en grootste getal = 38

$$\text{mediaan} = \frac{11^{\text{e}} \text{ getal} + 12^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{20 + 21}{2} = 20,5$$

$$Q_1 = 6^{\text{e}} \text{ getal} = 18 \text{ en } Q_3 = 17^{\text{e}} \text{ getal} = 27$$

**c** De spreiding van de gewichten in zak A is groter dan bij zak B.

Bladzijde 169

- 5 a** De meeste tijden in boxplot I zijn langer, dus hier zijn de atleten langzamer.
Boxplot I hoort dus bij de tijden van voor de training.
- b** 25% van 20 is $0,25 \times 20 = 5$ leden die voor de training de 100 meter in minder dan 12,5 seconden lopen.
Na de training is dat 75% van de 20, dus $0,75 \times 20 = 15$ leden.

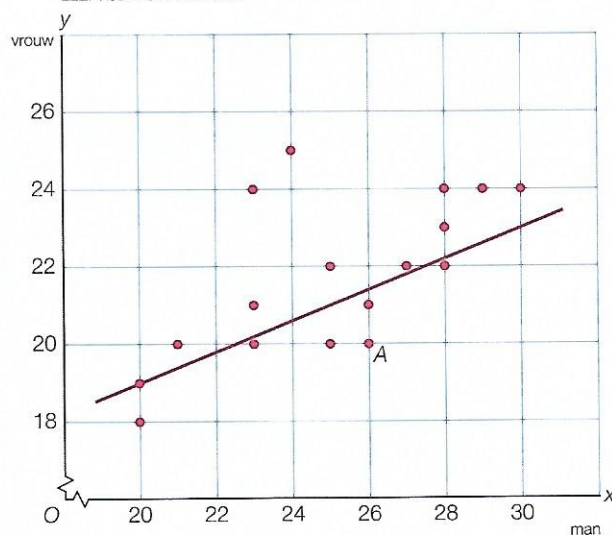
- 6 a** Van 17 echtparen zijn in het spreidingsdiagram de gegevens verwerkt.
- b** De man is 26 jaar, de vrouw is 20 jaar.
- c** Bij twee echtparen is de vrouw ouder dan de man, dus $\frac{2}{17} \times 100\% \approx 11,8\%$.
- d** Bij drie echtparen is de man 23 jaar, dus $\frac{3}{17} \times 100\% \approx 17,6\%$.

e leeftijd	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
frequentie	2	1	0	3	1	2	2	1	3	1	1

- f** De gemiddelde leeftijd van de mannen is

$$\frac{2 \cdot 20 + 1 \cdot 21 + 0 \cdot 22 + 3 \cdot 23 + 1 \cdot 24 + 2 \cdot 25 + 2 \cdot 26 + 1 \cdot 27 + 3 \cdot 28 + 1 \cdot 29 + 1 \cdot 30}{17} \approx 25,1 \text{ jaar.}$$
- g** De gemiddelde leeftijd van de vrouwen is

$$\frac{1 \cdot 18 + 1 \cdot 19 + 4 \cdot 20 + 2 \cdot 21 + 3 \cdot 22 + 1 \cdot 23 + 4 \cdot 24 + 1 \cdot 25}{17} \approx 21,7 \text{ jaar.}$$

7 a LEEFTIJD BIJ HUWELIJK

- b** Er liggen zes punten onder de trendlijn.
- c** Er is sprake van positieve correlatie.
- d** $x = 35$ geeft $y = 0,4 \cdot 35 + 11 = 25$, dus de leeftijd van zijn vrouw is naar schatting 25 jaar.

Bladzijde 170

- 8 a** aantal mogelijkheden = $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 7 = 2352$
- b** aantal mogelijkheden = $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 = 3584$
- c** aantal mogelijkheden = $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 = 28672$ als herhalingen zijn toegestaan
aantal mogelijkheden = $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7 = 11760$ als herhalingen niet zijn toegestaan
- d** aantal mogelijkheden = $8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 = 16$
- 9 a** aantal manieren = $2^8 = 256$
- b** aantal manieren = $1 \cdot 2^6 \cdot 1 = 64$
- c** aantal manieren = $3^{10} = 59049$
- d** aantal manieren = $4^9 \cdot 1 = 262144$

10 a

SOM

5	6	d^7	d^7	d^8	d^9	d^{10}
4	5	d^6	d^6	d^7	d^8	d^9
3	4	d^5	d^5	d^6	d^7	d^8
2	3	4	4	d^5	d^6	d^7
2	3	4	4	d^5	d^6	d^7
1	2	3	3	4	5	6
	1	2	2	3	4	5

b $P(\text{som is } 6) = \frac{7}{36} \approx 0,194$

c $P(\text{som is minder dan } 5) = \frac{11}{36} \approx 0,306$

d $P(\text{som is kleiner dan het product}) = \frac{21}{36} \approx 0,583$

Onderzoek Geheimschrift

Bladzijde 171

1 Door de reep perkament weer om een stok van dezelfde dikte te rollen.

- 2 a** deze geheimtaal is leuk
b *

Bladzijde 172

- 3 a** IJ ANOFSI SFIJWY
b WYBQOX KKXFKVVOX
c kom onmiddellijk terug naar rome
d koop obelix om met everzwijn

4 met stap 11: de code van deze boodschap kun je zelf vinden

- 5 a** UGUKLLWSDD
b ik mis je zo

- 6 a** handig die repeterende breuken
b AYIQKPEKKB

Bladzijde 173

- 7 a** ES HMWBBP OBNH YSEHSZ
b de vrede is voorbij
c Bij het codewoord BOMEN hoort de sleutel 1-14-12-4-13.

8 *

- 9 a** *
b *